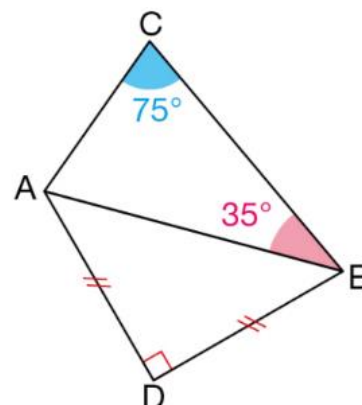


Chapitre : Angles et parallélisme

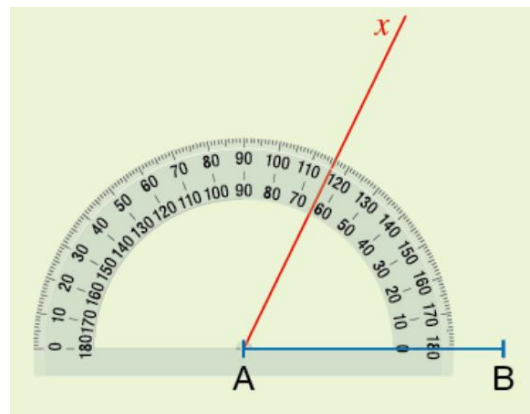
Question 1 : Nomme les trois angles du triangles ABD.

$\widehat{DAB}$; $\widehat{ABD}$; $\widehat{ADB}$

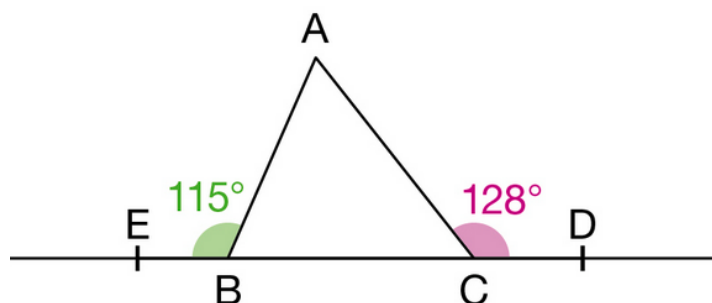


Question 2 : Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BAx}$?

$\widehat{BAx} = 64^\circ$



Question 3 : Les points E, B, C et D sont alignés. Calculer la mesure de chacun des angles du triangle ABC.



$\widehat{EBC}$ et $\widehat{BCD}$ sont des angles plats. Ainsi ils mesurent chacun 180° .

Donc :

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$$

En outre, la somme des angles d'un triangle est 180° .
Donc le troisième angle $\widehat{BAC}$ mesure :

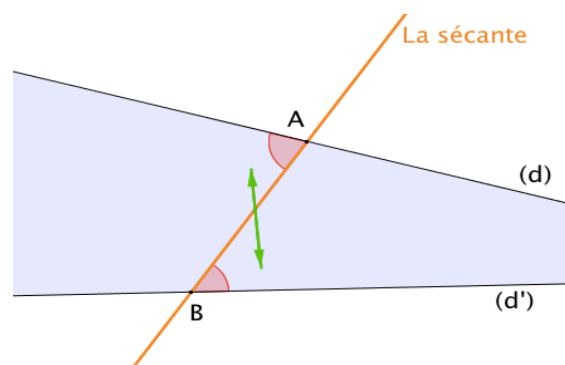
$$180^\circ - 65^\circ - 52^\circ = 63^\circ$$

Source de l'image : Transmaths 5^e

I. Angles alternes-internes

Les deux angles codés sur la figure sont alternes-internes.

La droite qui coupe les droites (d) et (d') s'appelle la sécante.



Définition

Soit deux droites (d) et (d') coupées par une sécante.

Dire que deux angles formés par ces trois droites sont alternes-internes signifie que :

- ils sont de part et d'autre de la sécante (« alternes ») ;
- ils sont à l'intérieur de la bande délimitée par les deux droites (d) et (d') (« internes ») ;
- ils n'ont pas le même sommet.

Remarque : Il y a toujours deux paires d'angles alternes-internes.

Activité

Figure 1

- Trouve l'angle alterne-interne avec l'angle $\widehat{zBA}$.
- Mesure ces deux angles alternes-internes avec le rapporteur.

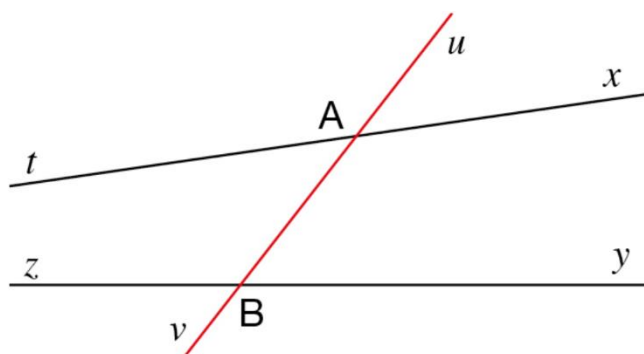


Figure 2

- Trouve l'angle alterne-interne avec l'angle $\widehat{zBA}$.
- Mesure ces deux angles alternes-internes.

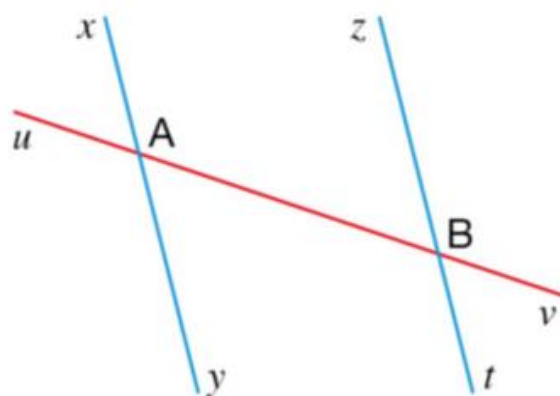


Figure 3

- Trouve l'angle alterne-interne avec l'angle $\widehat{DCA}$.
- Mesure ces deux angles alternes-internes.

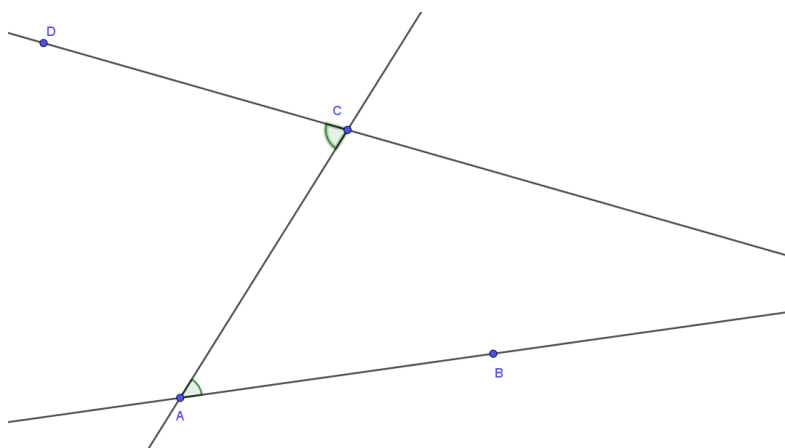
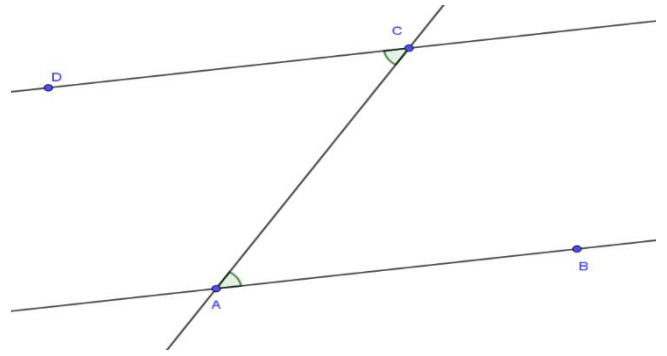


Figure 4

Mesure les deux angles alternes-internes $\widehat{DCA}$ et $\widehat{CAB}$.



Émets une conjecture à partir de tes mesures et observations des quatre figures précédentes.

.....

.....

Théorème (admis) : Si deux angles alternes-internes sont égaux, alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.

Exemple 1 : Les droites (DC) et (AB) sont-elles parallèles ?

.....

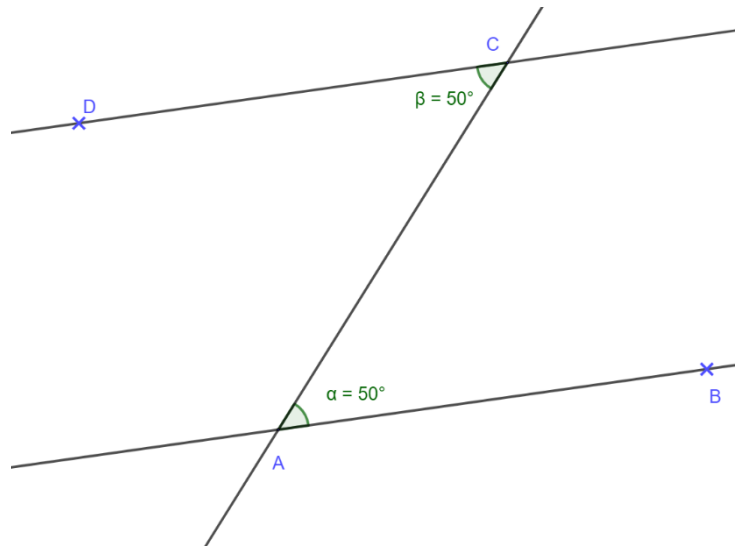
.....

.....

.....

.....

.....



Exemple 2 : Les droites (DE) et (CF) sont-elles parallèles ?

.....

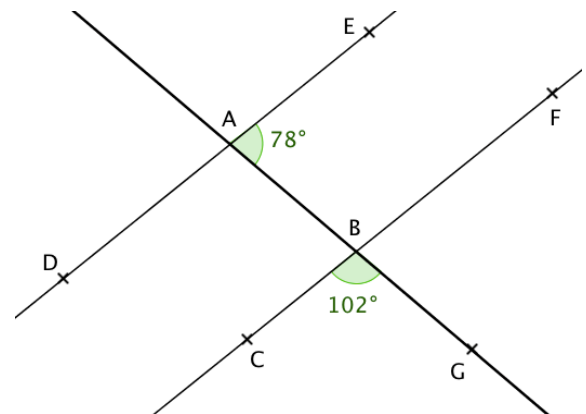
.....

.....

.....

.....

.....



II. Angles correspondants

Activité

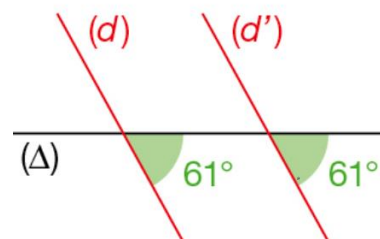
Les droites (d) et (d') sont-elles parallèles ? Justifie.

L'angle $\hat{b}$ et l'angle $\hat{c}$ sont opposés par le sommet donc égaux.

Ainsi les angles alternes-internes $\hat{a}$ et $\hat{c}$ sont égaux.

Or, si deux angles alternes-internes sont égaux, alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.

Donc (d) et (d') sont parallèles.



Bilan

Définition : Lorsque deux droites sont coupées par une sécante, deux angles sont dits correspondants :

- s'ils n'ont pas le même sommet.
- s'ils sont du même côté de la sécante ;
- si l'un est à l'intérieur et l'autre à l'extérieur du ruban formé par les deux droites ;

Propriété

Si deux angles correspondants sont égaux, alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.

Démonstration

Les angles correspondants $\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont égaux. Or les angles

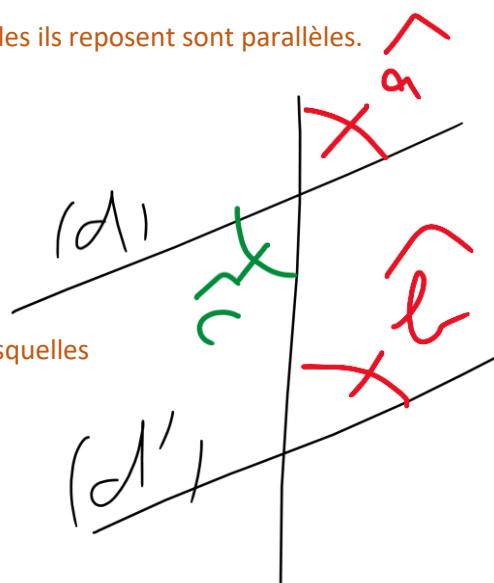
En outre, les angles $\hat{a}$ et $\hat{c}$ sont opposés par le sommet donc égaux.

Ainsi, les angles $\hat{c}$ et $\hat{b}$ sont égaux.

Or, si deux angles alternes-internes sont égaux, alors les droites sur lesquelles

Ils reposent sont parallèles.

Ainsi les droites (d) et (d') sont parallèles.



Propriété réciproque (admise)

Si deux droites sont parallèles, alors les angles correspondants reposant sur ces deux droites sont égaux.

Exemple : Trouve la mesure de l'angle $\widehat{ECD}$. Justifie.

(AB) et (EC) sont perpendiculaires à une même droite (AE) . Les droites (AB) et (EC) sont donc parallèles par propriété.

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ECD}$ correspondant reposent sur deux droites parallèles.

Or, si deux droites sont parallèles, alors les angles correspondants reposant sur ces deux droites sont égaux.

Donc les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ECD}$ sont égaux.

