

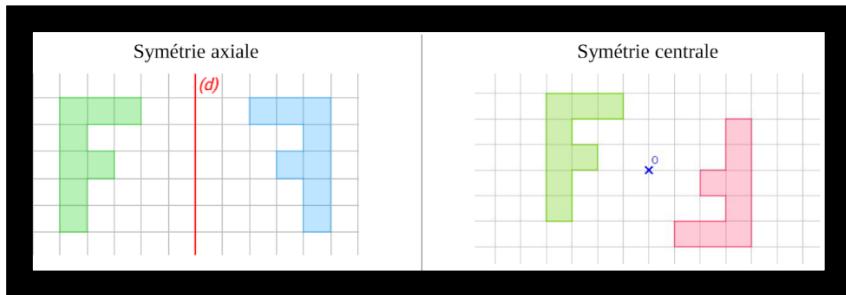
## Chapitre n°14 : Symétrie axiale et symétrie centrale

Objectifs	NE	MI	CA	MS	TM
Je sais construire le symétrique d'une figure par rapport à un axe.					
Je sais trouver les axes de symétrie d'une figure.					
Je sais construire le symétrique d'une figure par rapport à un point.					

### Introduction

Le mot SYMÉTRIE vient du grec ancien « σύμμετρος » qui signifie « de même mesure ». Une symétrie transforme une figure en une autre, identique, au sens où les mesures des angles et des segments sont conservées. On peut dire qu'une symétrie déplace une figure sans en changer la forme.

Cette année, tu étudieras deux types de symétrie : la symétrie axiale et la symétrie centrale.



Les deux symétries admettent les propriétés suivantes que tu peux d'ores et déjà apprendre.

#### Propriétés (admisses)

Les deux symétries (axiale et centrale) conservent les distances, les angles et l'alignement des points.

**Autrement dit :** deux segments symétriques ont même longueur ; deux angles symétriques ont même mesure ; le symétrique de trois points alignés est trois points alignés.

### I. Symétrie axiale

C'est la symétrie *du reflet dans l'eau*, de l'*effet miroir*. Les deux figures symétriques doivent se superposer par pliage le long de l'axe de symétrie.

#### Exercice 1

Trace l'axe de symétrie sur les photographies suivantes.



#### Exercice 2

Dessine à main levée le symétrique de cette figure par rapport à la droite (d).



### Exercice 3

Dire pour chaque figure si le segment [AB] est symétrique au segment [CD]. Justifie.

Figure 1

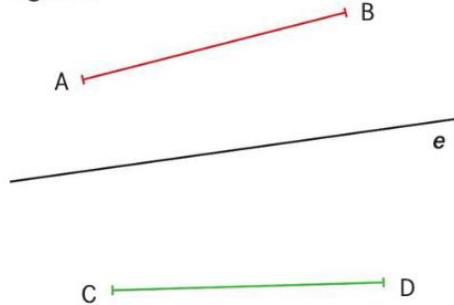


Figure 2

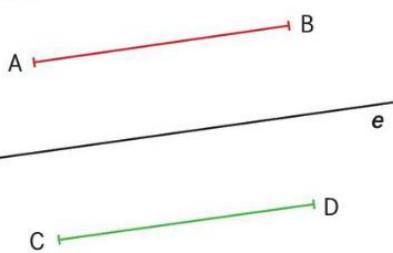


Figure 3

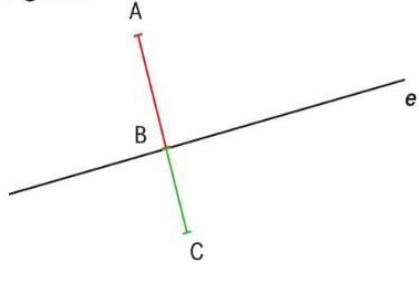
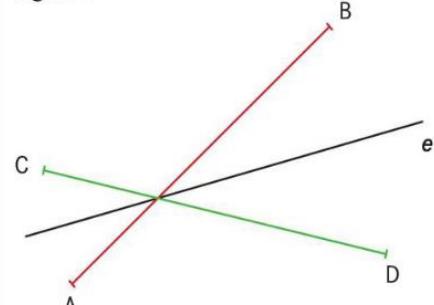
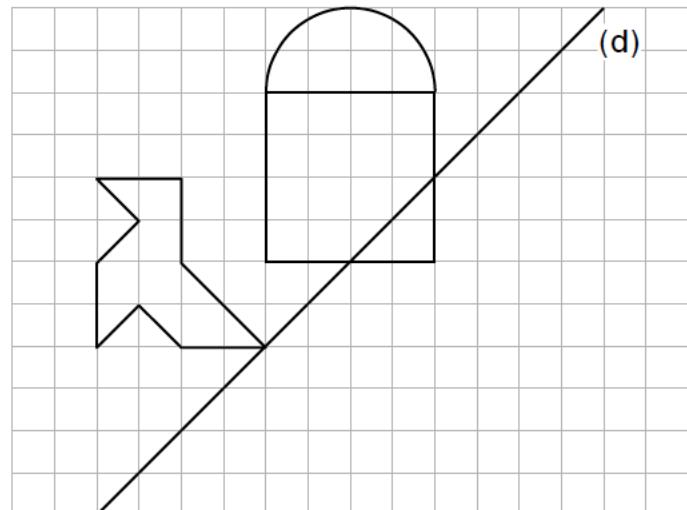
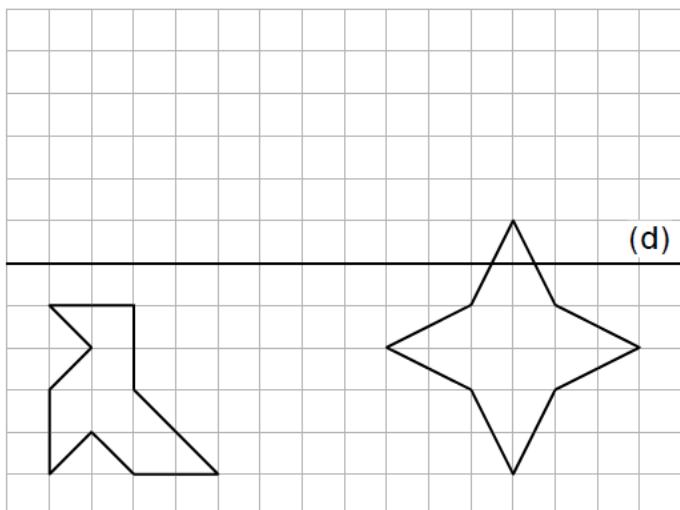


Figure 4



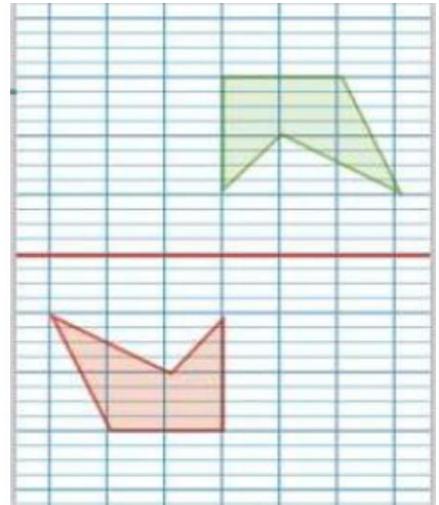
### Exercice 4

Construis le symétrique des quatre figures suivantes par rapport à l'axe de symétrie (droite (d)).



### Exercice 5

Pour obtenir la figure du bas, Axel a d'abord construit le symétrique de la figure du haut par rapport à la droite tracée, puis Axel a tracé une autre droite et effectué une autre symétrie. Reconstitue la figure.



## Exercice 6

Construis avec la règle et l'équerre les symétriques des points suivants.

A

X

C

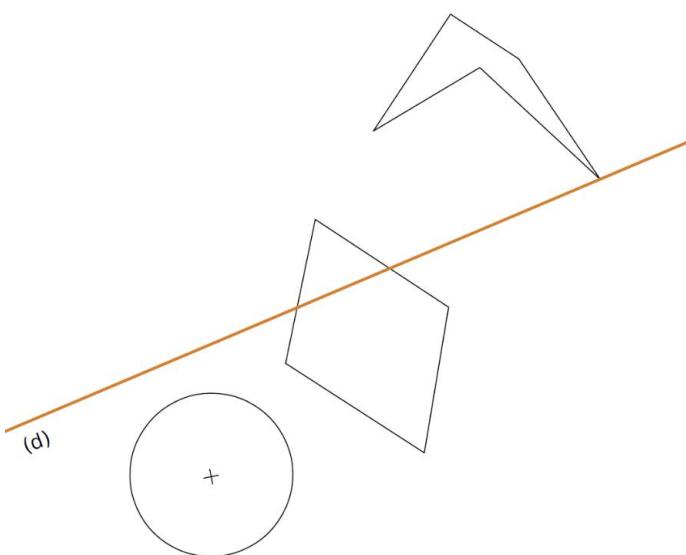
X

B

X

X

## Exercice 7



Construis à la règle et à l'équerre le symétrique des figures suivantes par rapport à la droite (d).

## Exercice 8

### Exercice 8

- Construis un rectangle quelconque et trace les axes de symétrie de ce rectangle.
- Trace un cercle et trace les axes de symétrie de ce cercle. Que remarques-tu ?

**Exercice 9**  
Pour la photographie suivante, dessine approximativement le symétrie de l'aigle par rapport à l'axe de symétrie (trait noir épais). Tu placeras le symétrique de certains points avec des instruments de géométrie, puis à main levée, tu dessineras l'aigle.



## Problème

Célian part de A, va chercher de l'eau à la rivière, puis l'amène en B.  
Construis le plus court chemin, puis justifie ta construction.

A

X

B

Rivière

## II. Symétrie centrale

### a. Symétrie centrale : découverte et construction

#### Exercice 10 : Introduction à la symétrie centrale

Source : [Math-et-tiques.fr](http://Math-et-tiques.fr)

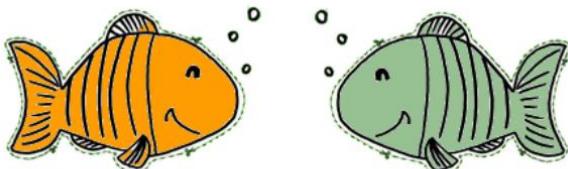


Figure 1

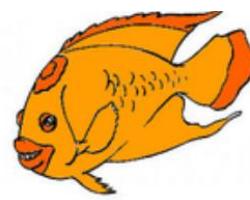


Figure 2

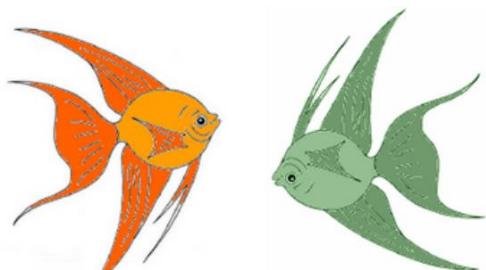


Figure 3



Figure 4

Dans chaque cas, le premier poisson se superpose au second après un certain *déplacement*.

- a. Indique dans la colonne « FIGURE(S) », le numéro des figures qui correspondent au déplacement de la colonne « ACTION ».

ACTION	FIGURE(S)
Si un poisson effectue un demi-tour autour d'un point, alors il se superpose à l'autre.	
Si l'on plie la feuille suivant une droite alors les deux poissons se superposent.	
En faisant glisser un poisson, il se superpose à l'autre.	

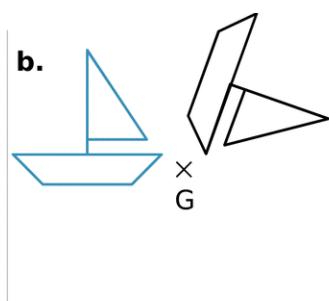
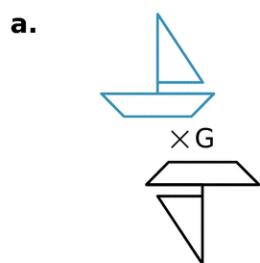
- b. Dessine à main levée une petite figure simple. Place un point O à proximité. Dessine à main levée la figure obtenue en effectuant un demi-tour autour du point O.

*Remarque : deux figures sont symétriques par rapport à un point O si l'une est superposable à l'autre par un demi-tour de centre O.*

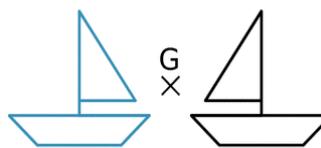
#### Exercice 11

G est-il le centre de symétrie des 4 figures suivantes ?

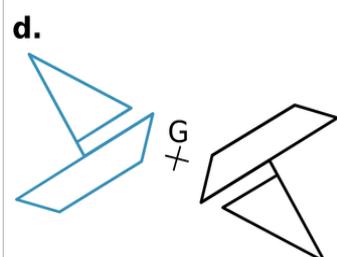
Source de l'image : Sésamath



c.

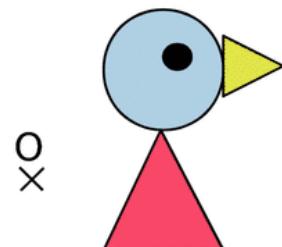
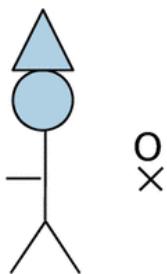


d.



## Exercice 12

Construis à main levée le symétrique par rapport aux points O des deux figures ci-dessous.



Source de l'image : Sésamath

**Définition :** Un point  $A'$  est symétrique à un point  $A$  par rapport à un centre de symétrie  $O$  si le point  $O$  est le milieu du segment  $[AA']$ .

**Conséquence :** Pour construire le symétrique du point  $A$  par rapport au centre  $O$ , il suffit de construire  $A'$  tel que  $O$  soit le milieu du segment  $[AA']$ .

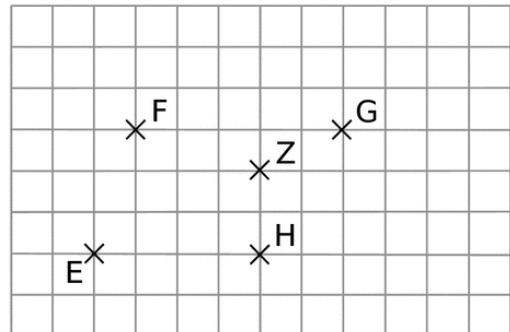
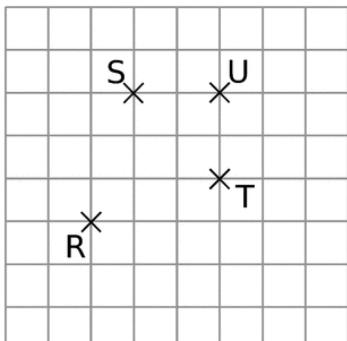
Pour t'aider, une méthode en vidéo de [www.maths-et-tiques.fr](http://www.maths-et-tiques.fr)

Lien : [https://www.youtube.com/watch?v=qcK7\\_TUdg4](https://www.youtube.com/watch?v=qcK7_TUdg4)

## Exercice 13

Sur le quadrillage ci-contre, construis les points  $E'$ ,  $F'$ ,  $G'$  et  $H'$ , symétriques respectifs de  $E$ ,  $F$ ,  $G$  et  $H$  par rapport au point  $Z$ .

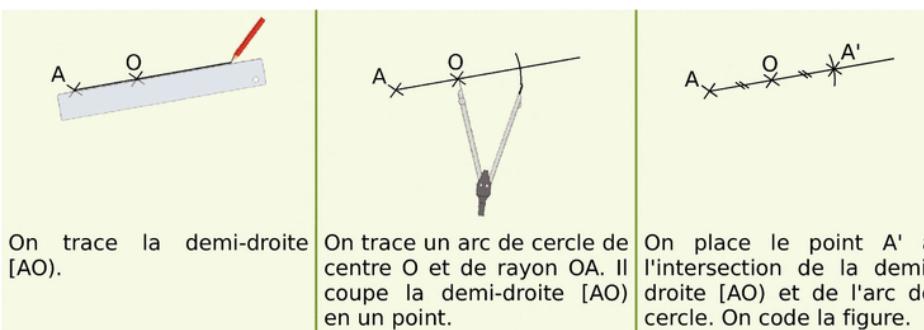
## Exercice 14



a. Sur le quadrillage ci-contre, est-il possible que deux des points soient les symétriques des deux autres dans une symétrie centrale ? Pourquoi ?

b. Déplace le point  $U$  de manière que ce soit possible.

**Méthode : Construire le symétrique d'un point par rapport à un centre  $O$  sans quadrillage**



On trace la demi-droite  $[AO)$ .

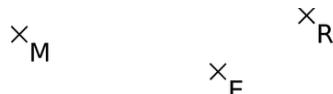
On trace un arc de cercle de centre  $O$  et de rayon  $OA$ . Il coupe la demi-droite  $[AO)$  en un point.

On place le point  $A'$  à l'intersection de la demi-droite  $[AO)$  et de l'arc de cercle. On code la figure.

Source de l'image : Sésamath

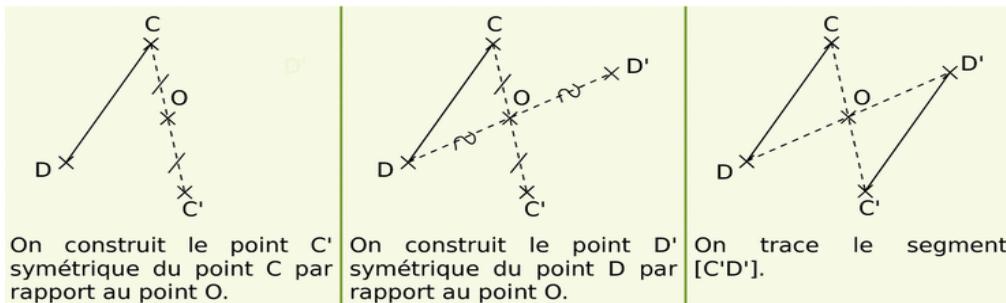
## Exercice 15

Construis à la règle graduée et au compas les symétriques des points  $M$  et  $R$  par rapport au point  $E$ .



Définition : Deux figures sont symétriques par rapport à un centre  $O$ , si tous les points de chaque figure admettent un point symétrique sur l'autre figure.

Méthode : Construire le symétrique d'un segment par rapport à un centre  $O$  sans quadrillage

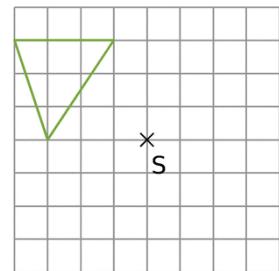
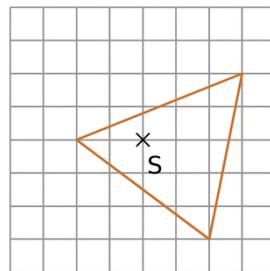


Source de l'image : Sésamath

Conséquence : Pour construire le symétrique d'une figure par rapport à un point, on commence par placer les symétriques des points aux extrémités des segments ou arcs de cercles.

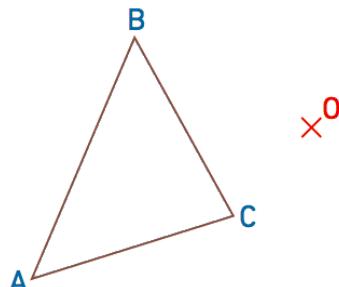
### Exercice 16

Construis les symétriques des triangles ci-contre par rapport au point  $S$ .



### Exercice 17 source : math-et-tiques.fr

Construis le symétrique du triangle ABC par rapport au point O, puis écris ta méthode de construction.

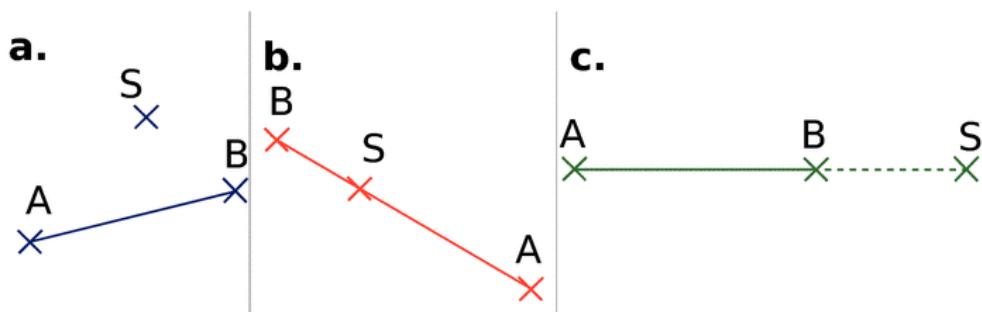


Corrigé en vidéo :

[https://www.youtube.com/watch?v=gQZIWxzOfaE&list=PLVUDmbpupCaq2\\_WKgsP0xJM0gOI1ZY6xK](https://www.youtube.com/watch?v=gQZIWxzOfaE&list=PLVUDmbpupCaq2_WKgsP0xJM0gOI1ZY6xK)

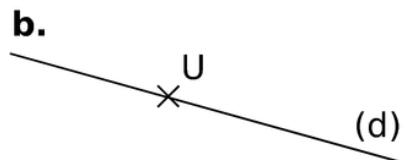
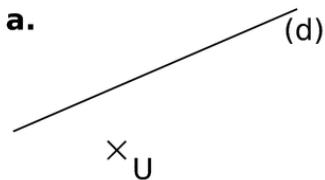
### Exercice 18

Reproduis chaque figure et construis le symétrique du segment  $[AB]$  par rapport au point S.



### Exercice 19

1. Construis le symétrique de la droite (d) par rapport au point U. Que remarques-tu ?



### Exercice 20

Construis le rectangle  $RODI$  tel que  $RO = 7\text{cm}$  et  $OD = 5\text{cm}$ . Place un point  $E$  sur le segment  $[RO]$  à  $2\text{cm}$  de  $R$ .

Construis en rouge le symétrique du rectangle  $RODI$  par rapport au point  $E$ .

Construis en vert le symétrique du rectangle  $RODI$  par rapport au point  $I$ .

Construis en bleu le symétrique du rectangle  $RODI$  par rapport à l'axe  $(DI)$ .

### b. Démontrer grâce à la symétrie

### Exercice 21

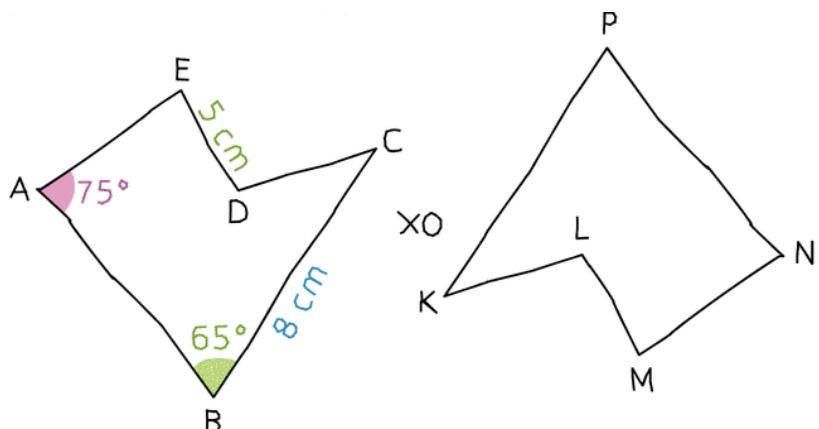
On a tracé, à main levée, deux figures symétriques par rapport à O.

a. Indique le symétrique par rapport à O de chaque sommet du polygone ABCD.

b. Donne la longueur  $[PK]$ . Justifie.

c. Donne la mesure de l'angle  $\widehat{NPK}$ . Justifie.

d. De quelles autres informations disposes-tu concernant le polygone KLMNP ? Pourquoi ?



### Exercice 22

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que  $BC = 3\text{cm}$  et  $BA = 4\text{cm}$ .

a. Construis le triangle ABC.

b. Construis le symétrique de ABC par rapport à A (D est le symétrique de B et E celui de C).

c. Construis le milieu I de  $[BC]$  et J celui de  $[DE]$ .

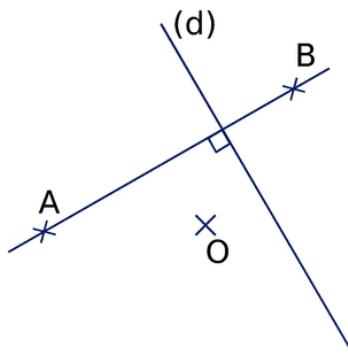
d. Démontre que les trois points J, A et I sont alignés. Que représente la droite (IJ) pour les segments  $[BC]$  et  $[DE]$  ?

### Exercice 23

a. Construis les points E et F, symétriques respectifs de A et B par rapport à O.

b. Que peut-on dire des droites (AB) et (EF) ? Justifie ta réponse.

c. Démontre que les droites (d) et (EF) sont perpendiculaires.



### Exercice 24

Soit un angle  $\widehat{BAD}$  mesurant  $120^\circ$  tel que  $AB = 4\text{cm}$  et  $AD = 5\text{cm}$ . Soit  $C$  un point tel que le quadrilatère non croisé formé par les points  $A, B, C$  et  $D$  admette un centre de symétrie.

- Construis cette figure sur ton cahier.
- Combien y a-t-il de positions possibles pour le point  $C$ ? Pour chaque cas, indique la position du centre de symétrie.
- Trace autant de figures qu'il y a de centres de symétrie et indique pour chaque cas le nom et la nature du quadrilatère ainsi construit.

### Exercice 25

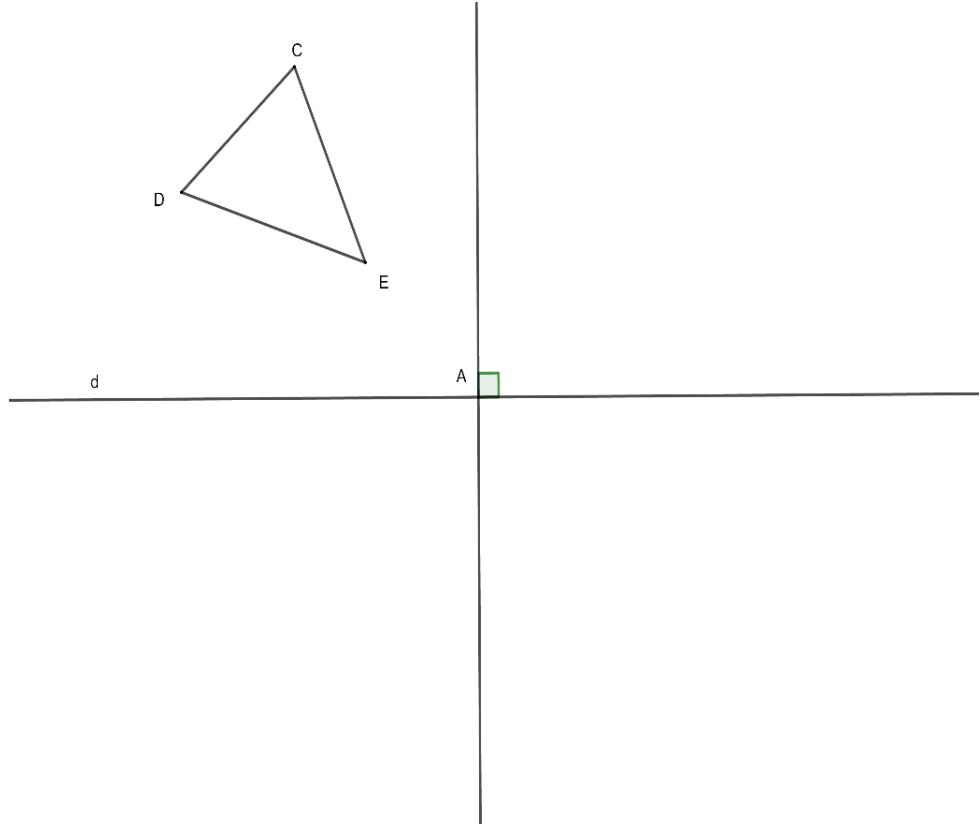
a. Construis le symétrique  $D'C'E'$  du triangle  $DCE$  par rapport à l'axe  $d'$ .

b. Construis en bleu le symétrique du triangle  $D'C'E'$  par rapport à l'axe  $d$ .

c. Construis en rouge le symétrique du triangle  $DCE$  par rapport au point  $A$ .

d. Que remarques-tu ?

e. Conjecture une propriété qui « lie » symétrie axiale et symétrie centrale.

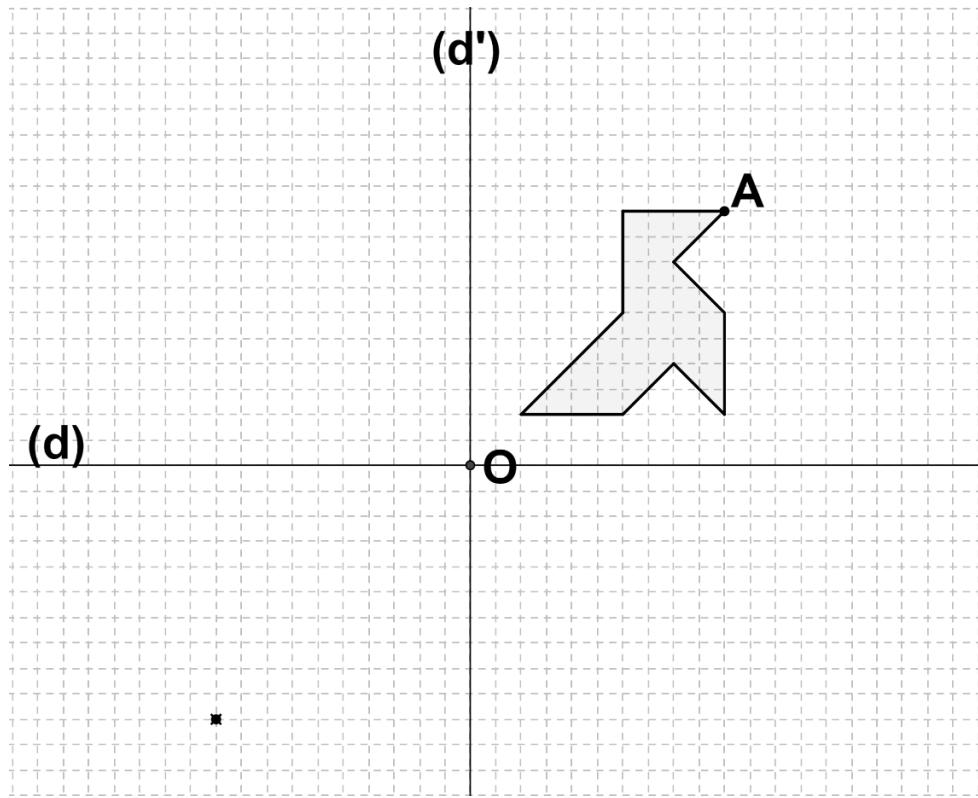


### Exercice 26

a. Construis le symétrique de la cocotte par rapport à la droite  $(d')$ .

b. Construis le symétrique de la nouvelle cocotte par rapport à la droite  $(d)$ .

c. Construis le symétrique de la première cocotte par rapport au point  $O$ .



### Exercice 27

On considère le point F et son symétrique F' par rapport à O. Dans les questions suivantes, il ne s'agit que de symétrie par rapport au point F.

- Quelle est le symétrique du symétrique de F ?
- Quelle est le symétrique du symétrique du symétrique de F ?
- Quelle est le symétrique du symétrique du symétrique du symétrique de F ?
- Même question que précédemment, avec cette fois-ci 2 020 symétries de centre F. Justifie en donnant la propriété mathématique qui te permet de répondre.
- Cette propriété s'applique-t-elle à la symétrie axiale ?

### Exercice 28

Voici les quatre premiers polygones réguliers à 3, 4, 5 et 6 côtés.

- Pour chacun d'eux, indique s'il a un centre de symétrie.
  - D'après toi, qu'en serait-il pour un polygone régulier à 27 côtés ? à 28 côtés ? Quelle est la règle ?
  - Pour chacun d'eux, indique combien il a d'axes de symétrie.
  - D'après toi, combien d'axes de symétrie aurait un polygone régulier à 27 côtés ? à 28 côtés ?
- Conjecture une règle ?

