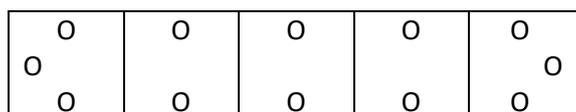
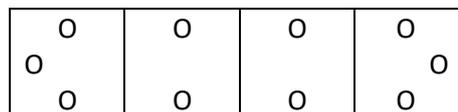
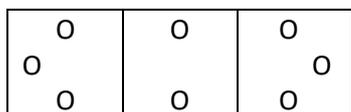


Chapitre n°7 : Calcul littéral www.mathscours.com

Objectifs	NE	MI	CA	MS	TM
Je sais produire une expression littérale à partir d'un programme de calculs ou pour représenter des périmètres, aires et volumes.					
Je sais développer.					
Je sais factoriser et réduire.					
Je sais développer en utilisant la propriété de double-distributivité.					

I. Produire une expression littérale

Situation d'introduction



Des tables sont alignées pour un banquet. Sur chacune des tables, deux assiettes sont disposées, sauf aux extrémités où trois assiettes sont disposées.

- Combien y a-t-il d'assiettes quand 3 tables sont alignées ? Et pour 4 tables ? Et pour 5 tables ?

Nombre de tables	3	4	5
Nombre d'assiettes	8	10	12

- Combien y a-t-il d'assiettes quand 10 tables sont alignées ? Et pour 42 tables ?

Nombre de tables	10	42
Nombre d'assiettes	$8 \times 2 + 6 = 22$	$40 \times 2 + 6 = 86$

- Écris un programme de calcul qui permet de trouver le nombre d'assiettes pour n'importe quel nombre de tables.

1^{er} programme de calcul

Choisis un nombre de tables.
Retire-lui 2.
Multiplie le résultat par 2.
Ajoute 6.

2^d programme de calcul

Choisis un nombre de tables.
Multiplie le nombre de tables par 2.
Ajoute 2 au résultat.

- Écris l'expression littérale qui correspond au programme de calcul.

La lettre a désigne le nombre de tables choisi au début des programmes de calcul.

1^{er} programme de calcul $\rightarrow (a - 2) \times 2 + 6$

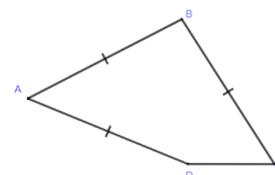
2^d programme de calcul $\rightarrow a \times 2 + 2$

Bilan

Définition : Une expression littérale est un programme de calcul écrit en une seule expression.

Exemples : 1. a. Trouve l'expression littérale du périmètre du quadrilatère ABCD sachant que la lettre x représente AB et que $CD=2cm$.

$$P = x + x + x + 2 = 3 \times x + 2$$



b. Calcule le périmètre pour $x = 4,1cm$ et pour $x = 3,8cm$.

Pour $x = 4,1cm$, $P = 3 \times x + 2cm$

$$= 3 \times 4,1cm + 2cm$$

$$= 12,3cm + 2cm$$

$$= 14,3cm$$

Pour $x = 3,8cm$, $P = 3 \times x + 2cm$

$$= 3 \times 3,8cm + 2cm$$

$$= 11,4cm + 2cm$$

$$= 13,4cm$$

2. a. Cette figure est un carré collé à deux demi-disques. Trouve l'expression littérale de l'aire de cette figure, en désignant la longueur de côté du carré la lettre c .

$$\begin{aligned} A_{\text{figure}} &= A_{\text{carré}} + A_{\text{disque}} \\ &= c^2 + \pi \times \left(\frac{c}{2}\right)^2 \end{aligned}$$



b. Calcule l'aire de cette figure pour $c = 5\text{m}$. Tu donneras la valeur exacte et la valeur approchée au dixième de mètre.

$$\begin{aligned} \text{Pour } c = 5\text{m}, \quad A_{\text{figure}} &= c^2 + \pi \times \left(\frac{c}{2}\right)^2 \\ &= 25 + \pi \times 2,5^2 \\ &= 25 + \pi \times 6,25 \\ &\approx 44,6 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

II. Propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition

Propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition : Les lettres k , a et b désignent n'importe quels nombres relatifs.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

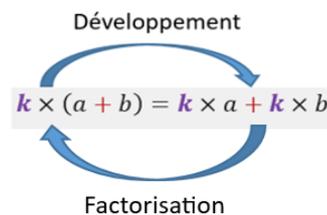
Remarque : Cette propriété transforme un produit en une somme, et réciproquement.

Produit de k par la somme de a et de b = **Somme** du produit de k par a et du produit de k par b

Dans le 2^d membre de l'égalité, k est un **facteur commun** aux deux termes : $k \times a$ et $k \times b$.

Vocabulaire

- **Développer** signifie utiliser la propriété de distributivité pour transformer un produit en une somme.
- **Factoriser** signifie utiliser la propriété de distributivité pour transformer une somme en un produit.



Exemples : Développe les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A &= 3 \times (x + 2) \\ &= 3 \times x + 3 \times 2 \\ &= 3 \times x + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (3 + y) \times y \\ &= 3 \times y + y \times y \\ &= 3 \times y + y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 2 \times t \times (4 - t) \\ &= 2 \times t \times 4 - 2 \times t \times t \\ &= 8 \times t - 2 \times t^2 \end{aligned}$$

Méthode : Factoriser une expression

$$\begin{aligned} D &= 3 \times t - y \times 3 \quad \leftarrow \text{J'identifie les 2 termes : } 3 \times t \text{ et } y \times 3. \text{ Puis je repère le facteur commun aux 2 termes : } 3. \\ &= 3 \times (t - y) \quad \leftarrow \text{J'applique la propriété de distributivité avec } k = 3; a = t \text{ et } b = -y. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 4 \times x^2 + x^2 \times 2,5 \quad \leftarrow \text{J'identifie les 2 termes : } 4 \times x^2 \text{ et } x^2 \times 2,5. \text{ Je repère le facteur commun aux 2 termes : } x^2. \\ &= x^2 \times (4 + 2,5) \quad \leftarrow \text{J'applique la propriété de distributivité avec } k = x^2; a = 4 \text{ et } b = 2,5. \\ &= 6,5 \times x^2 \quad \leftarrow \text{Je calcule ce que je peux calculer.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= 6 \times x + 3 && \leftarrow \text{J'identifie les 2 termes : } 6 \times x \text{ et } 3. \text{ En apparence, il n'y a pas de facteur commun.} \\
 &= 3 \times 2 \times x + 3 \times 1 && \leftarrow \text{Je fais apparaître un facteur commun aux 2 termes : } 3. \\
 &= 3 \times (2 \times x + 1) && \leftarrow \text{J'applique la propriété de distributivité avec } k = 3 ; a = 2 \times x \text{ et } b = 1.
 \end{aligned}$$

III. Convention, règles de calcul et réduction d'expressions littérales

Convention : Devant une lettre ou une parenthèse, il est possible de ne pas écrire le signe \times quand il y a une multiplication.

Exemples

Supprime les signes \times quand c'est possible.

$$\begin{aligned}
 A &= 13 \times x - 2 \times (4x - 3 \times 7) + x \times 5 \\
 &= 13x - 2(4x - 3 \times 7) + 5x
 \end{aligned}$$

Ajoute les signes \times lorsque c'est possible.

$$\begin{aligned}
 B &= (3x - 2 \times 15)(4z - 3(-7q + 1)) \\
 &= (3 \times x - 2 \times 15) \times (4 \times z - 3 \times (-7 \times q + 1))
 \end{aligned}$$

Propriété – règle algébrique des signes : Les lettres x et y désignent n'importe quel nombre relatif.

$$(-x) \times y = x \times (-y) = -xy \qquad (-x) \times (-y) = x \times y = xy$$

Exemples : $(-1) \times x = -1x = -x$ $(-3) \times x = -3x$ $(-x) \times (-4) = 4x$

Propriété : Soustraire une somme revient à soustraire chaque terme de la somme.

Démonstration : $3 - (a + b + c) = 3 + (-1) \times (a + b + c)$

$$= 3 + (-1) \times a + (-1) \times b + (-1) \times c \qquad \leftarrow \text{J'ai développé l'expression.}$$

$$= 3 - a - b - c \qquad \leftarrow \text{J'ai pris l'opposé de chaque terme.}$$

Exemples : $4 - (3 + 2x) = 4 - 3 - 2x$ $5x - (7 - 2y - 3x) = 5x - (7 + (-2y) + (-3x))$

$$= 5x - 7 - (-2y) - (-3x)$$

$$= 5x - 7 + 2y + 3x$$

Vocabulaire : Réduire une expression signifie regrouper en un seul terme, les termes en x^2 , puis les termes en x , puis les termes constants (sans lettre).

Exemple : $3x^2 + 2x - 5 + 3x - x^2 + 7 = 3x^2 - x^2 + 2x + 3x - 5 + 7$

$$= 2x^2 + 5x + 2 \leftarrow \text{Expression réduite.}$$

IV. Propriété de double-distributivité

Propriété de double-distributivité de la multiplication sur l'addition

Les lettres a, b, c et d désignent n'importe quel nombre relatif.

$$(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Démonstration : $(a + b) \times (c + d) = a \times (c + d) + b \times (c + d)$
 $= a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

Pour prouver la propriété de double-distributivité, on utilise la propriété de distributivité simple.

Exemples

$$\begin{aligned}(3 + x)(2 + x) &= 3 \times 2 + 3 \times x + x \times 2 + x \times x \\ &= 6 + 3x + 2x + x^2 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(y + 1,5)(y - 1) &= y \times y - y \times 1 + 1,5 \times y - 1,5 \times 1 \\ &= y^2 - y + 1,5y - 1,5 \\ &= y^2 + 0,5y - 1,5\end{aligned}$$