CORRIGÉ : Fiche d’exercices du chapitre n°2
Le théorème de Pythagore et sa réciproque

Je sais trouver une valeur approchée d’un nombre

Exercice 1

Donne la valeur approchée de 3,4789 au dixième près.
Pour arrondir au dixième, on regarde le chiffre des centièmes (7). Comme $7 \geq 5$, on augmente le chiffre des dixièmes (4) d'une unité. $3,4789 \approx 3,5$.

Donne la valeur approchée de $\sqrt{2}$ au centième près.
Réponse : $\sqrt{2} \approx 1,414213562...$ → au centième : 1,41.

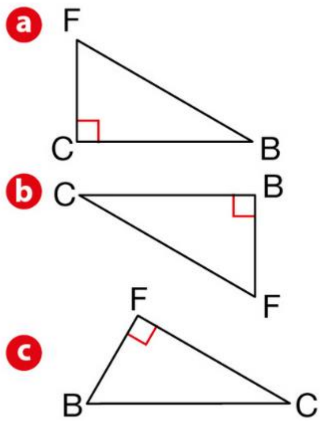
Donne la valeur approchée de π au dix-millième près.
Réponse : $\pi \approx 3,1415926535...$ → au dix-millième : 3,1416

Donne la valeur approchée de la racine carrée de 37 au millième près.
Réponse : $\sqrt{37} \approx 6,0827625303...$ → au millième : 6,083

Je sais appliquer le théorème de Pythagore pour trouver une longueur

Exercice 2 Manuel Transmath 4e

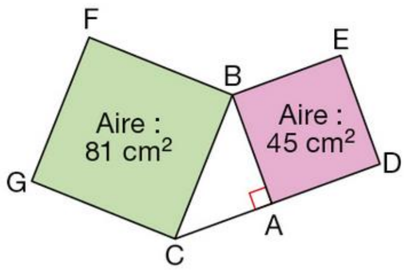
Associe à chaque triangle l’égalité de Pythagore qui lui correspond.



1. $BC^2 + BF^2 = CF^2$
2. $FB^2 + FC^2 = BC^2$
3. $CB^2 + CF^2 = BF^2$

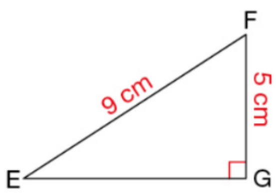
Corrigé
a avec 3
b avec 1
c avec 2

Exercice 3



Calcule l’aire du carré de côté [CA].

Exercice 4



EFG est un triangle rectangle en G tel que GF=5cm et EF=9cm. Calculer la longueur en cm du côté [GE]. *Donner une valeur approchée au dixième près.*
Corrigé
Dans le triangle EFG rectangle en G, l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) mesure : EF = 9 cm.

D'après le théorème de Pythagore, $EF^2 = EG^2 + GF^2$ donc $EG^2 = EF^2 - GF^2 = 9^2 - 5^2 = 81 - 25 = 56$.
$EG = \sqrt{56} = 7{,}48331477...$
Arrondi au dixième : $EG \approx 7{,}5$ cm.

Exercice 5

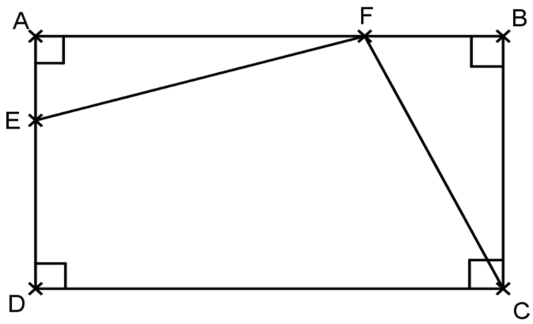
EFGH est un rectangle tel que EF = 6cm et FH = 6,5cm.
1) Faire une figure à main levée.
2) Calculer la longueur FG.

Corrigé

Dans un rectangle, la diagonale FH vérifie $FH^2 = EF^2 + FG^2$ d'après le théorème de Pythagore.
Donc $FG^2 = FH^2 - EF^2 = 6{,}5^2 - 6^2 = 42{,}25 - 36 = 6{,}25$.
$FG = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5$ cm.

Exercice 6

ABCD est un rectangle tel que AD = 5cm.
E est un point de [AD] et F est un point de [AB].
On donne AE = 2cm ; AF = 5cm et FC = 6cm.
1) Calculer la longueur EF (valeur approchée au dixième près).
2) Calculer la longueur AB (valeur approchée au dixième près).



Exercice 7

1) Construire le triangle PSR rectangle et isocèle en P tel que PS = 2,5 cm.
2) Calculer la longueur RS (valeur approchée au dixième près).

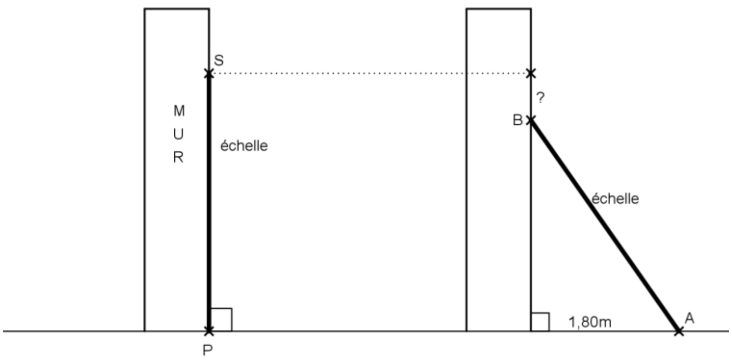
Corrigé

2) Le triangle PRS est rectangle et isocèle en P, alors PR = PS = 2,5 cm.
L'hypoténuse $RS = PS\times \sqrt{2} = 2{,}5\times\sqrt{2} \approx 3{,}5355...$
Donc $RS \approx 3{,}5$ cm (au dixième).
(On a utilisé le faut que la diagonale d'un carré de côté a est $a \times \sqrt{2}$. On aurait pu également redémontrer ce résultat dans ce cas particulier en utilisant le théorème de Pythagore.)

Exercice 8

Une échelle de 3m de long est posée verticalement le long d'un mur perpendiculaire au sol (situation 1)
On éloigne l'extrémité de l'échelle posée au sol de 1,80m du mur. (situation 2)

De quelle hauteur descend l'extrémité de l'échelle posée le long du mur ?



Situation 1 Situation 2

Corrigé

Soit h la hauteur du pied du mur au point de contact entre l'échelle et le mur.
Le triangle ABH est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore,
$h^2 + 1{,}80^2 = 3^2$
$h^2 = 9 - 3{,}24 = 5{,}76$
Ainsi, $h = \sqrt{5{,}76} = 2{,}4$ m.
L'extrémité descend donc de :

$$3\ m - 2{,}4\ m = 0{,}6\ m = 60\ cm$$

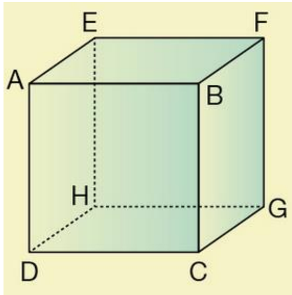
Exercice 9

1) Construire un rectangle LMNO tel que LM = 4,8cm et LO = 2cm.
2) Calculer la longueur de la diagonale [LN].

Corrigé :
2) D'après le théorème de Pythagore,

$$LN = \sqrt{LM^2 + LO^2} = \sqrt{4{,}8^2 + 2^2} = \sqrt{23{,}04 + 4} = \sqrt{27{,}04} = 5{,}2\ cm$$

Exercice 10



ABCDEFGH est un cube d'arête 1cm. Calcule la longueur de la grande diagonale [AG] (valeur approchée au centième près).

Corrigé

AG = $a \times \sqrt{3} = \sqrt{3} \approx 1{,}7320508...$

Arrondi au centième : 1,73 cm.

(On utilise un résultat du cours : dans un cube d'arête a, la grande diagonale mesure $a \times \sqrt{3}$. Tu peux le démontrer en utilisant deux théorème de Pythagore : un pour trouver la diagonale d'une face, et l'autre pour trouver la grande diagonale.)

Exercice 11

L'utilisateur de ce programme saisit 30 puis 40. Calcule la distance en pas entre la position initiale du lutin et la position finale.

Corrigé

Si le lutin avance 30 pas dans une direction puis 40 pas perpendiculairement, la distance en ligne droite est : $\sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{2\,500} = 50$ pas.

Je sais démontrer avec la contraposée ou la réciproque du théorème de Pythagore qu'un triangle est rectangle ou non

Exercice 12

Tom a acheté une équerre dont les côtés mesurent 8,4cm ; 11,2cm et 14cm. Justifie que cette équerre possède bien un angle droit.
Corrigé :
Le plus long côté est 14cm.
D'une part, $14^2=196$
D'autre part, $8{,}4^2 + 11{,}2^2 = 70{,}56+125{,}44=196$
Ainsi, $14^2=8{,}4^2 + 11{,}2^2$
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, l'équerre possède bien un angle droit (triangle rectangle).

Exercice 13

Les côtés d'un triangle mesurent 8cm ; 3,4cm et 12cm. Ce triangle est-il un triangle rectangle ?

Corrigé :

Le plus grand côté mesure 12cm.
D'une part, $8^2 + 3{,}4^2 = 64 + 11{,}56 = 75{,}56$
D'autre part, $12^2=144$
Ainsi, $8^2 + 3{,}4^2 \neq 12^2$
Donc, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle n'est pas rectangle.

Exercice 14

Deux millénaires avant notre ère, les Égyptiens formaient des angles droits à l'aide d'une corde à 13 nœuds. Les nœuds séparent des intervalles réguliers.

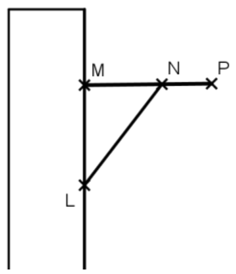
Retrouve leur méthode et justifie-la.

Corrigé :

Considérons que la distance entre deux nœuds (corde tendue) est notre unité de mesure. La corde est donc longue de 12 unités. Formons un triangle avec cette corde de longueurs de côtés 3 unités, 4 unités et 5 unités.
Ce triangle est rectangle car :
Le triplet (3 ; 4 ; 5) vérifie $3^2 + 4^2 = 5^2$. Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle. Former ce triangle permet donc d'utiliser l'angle droit !
Les Egyptiens utilisaient des configurations semblables pour construire des angles droits.

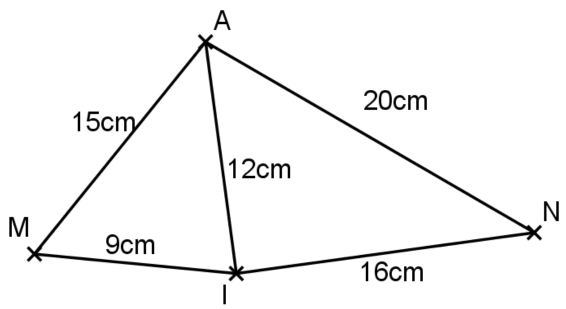
Exercice 15

Sur un mur vertical, Valérie a fixé une étagère.
Voici les mesures qu'elle a effectuées :
MP = NL = 30cm, NP = 12cm et ML = 24cm.
L'étagère est-elle horizontale ?



Exercice 16

1) Démontrer que les triangles AMI et AIN sont des triangles rectangles.
2) Que peut-on dire des points M, I et N ?
3) Le triangle AMN est-il rectangle ?



Corrigé

1) Montrer que les triangles AMI et AIN sont rectangles.

Triangle AMI :
On identifie le plus grand côté : AM = 15 cm.
D'une part, $AI^2 + MI^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$.
D'autre part, $AM^2 = 15^2 = 225$.
Donc $AI^2 + MI^2 = AM^2$, ce qui, par la réciproque du théorème de Pythagore, montre que le triangle AMI est rectangle en I.

Triangle AIN :
Le plus grand côté est AN = 20 cm.
D'une part, $AI^2 + IN^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$.
D'autre part, $AN^2 = 20^2 = 400$.
Donc $AI^2 + IN^2 = AN^2$

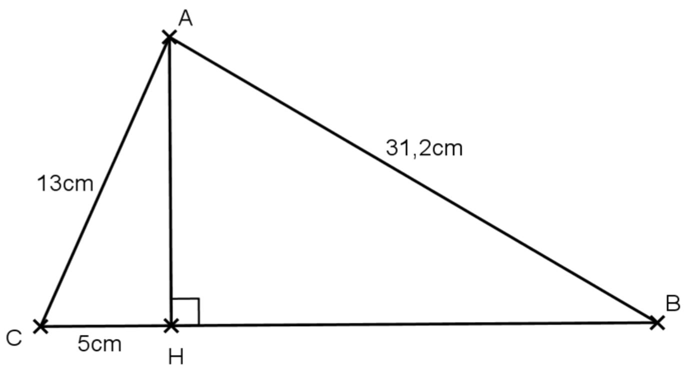
Ainsi, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AIN est rectangle en I.

2) Que peut-on dire des points M, I et N ?
Dans AMI on a (AI) ⊥ (MI) (car triangle rectangle en I). Dans AIN on a (AI) ⊥ (IN) (car triangle rectangle en I). Donc (MI) et (IN) sont deux droites perpendiculaires à (AI) passant par I. Deux droites perpendiculaires à la même droite et passant par le même point I sont confondues : Autrement dit, les points M, I et N sont alignés.

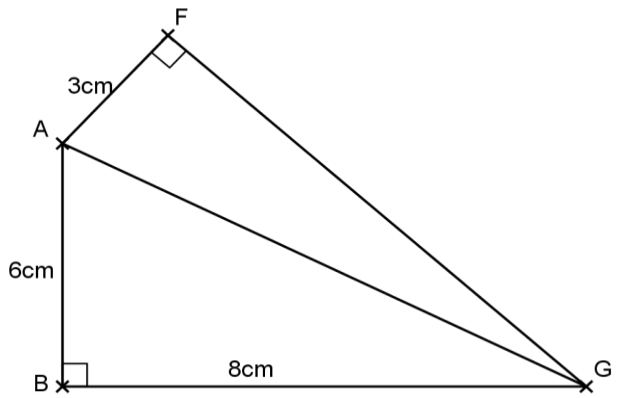
3) Le triangle AMN est-il rectangle ?
MN = MI + IN = 9 + 16 = 25 cm.
D'une part, $AM^2 + AN^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$.
D'autre part, $MN^2 = 25^2 = 625$.
Ainsi $AM^2 + AN^2 = MN^2$, ce qui implique, d'après la réciproque du théorème de Pythagore que le triangle AMN est rectangle en A.

Exercice 17

1) Calculer AH.
2) Calculer HB.
3) Le triangle ACB est-il rectangle ? Justifier.
4) Soient M le symétrique de B par rapport à A et N le symétrique de C par rapport à A.
Quelle est la nature du quadrilatère MNBC ? Justifier.



Corrigé :
1) Calcul de AH :
Le triangle ACH est rectangle en H
On applique le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AH^2 + CH^2$
Donc $AH^2 = AC^2 - CH^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$.
Donc $AH = \sqrt{144} = 12$ cm.



Exercice 18

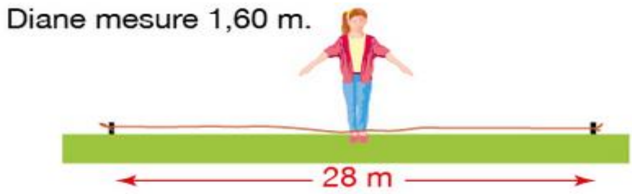
Le triangle ABG est rectangle en B et AFG est rectangle en F.
Calculer la valeur approchée de la longueur FG au dixième près.

Corrigé
Calculons AG en appliquant le théorème de Pythagore au triangle rectangle AGB rectangle en B.
$AG^2 = 6^2 + 8^2 = = 36 + 64 = 100$
Donc AG = 10 cm.
Dans le triangle AFG, qui est rectangle en F, l'hypoténuse est AG.

Par le théorème de Pythagore dans AFG : $AG^2 = AF^2 + FG^2$
Donc $FG^2 = AG^2 - AF^2 = 10^2 - 3^2 = 100 - 9 = 91$.
Ainsi $FG = \sqrt{91} \approx 9{,}539392014$.
Arrondi au dixième : $FG \approx 9{,}5$ cm.

Exercice 19

Une corde de 28,5m est attachée au sol sur deux piquets distants de 28m. On se demande si en soulevant la corde en son milieu, Diane pourra passer en dessous sans se baisser.



Corrigé :

Données : longueur totale entre piquets = 28,5 m ; distance au sol entre piquets = 28 m.

Chaque demi-corde mesure :

$$28{,}5m : 2 = 14{,}25\ m.$$

Appliquons le théorème de Pythagore :

$h^2 = 14{,}25^2 - 14^2 = 203{,}0625 - 196 = 7{,}0625$

Ainsi, $h = \sqrt{7{,}0625} \approx 2{,}659...$ m

Donc, $h \approx 2{,}66$ m.

Conclusion : Diane peut passer.